Concursul j[illegible]n „Caleidoscop matematic"
21.01.2017
Barem de corectare
Clasa a III-a
Varianta 2

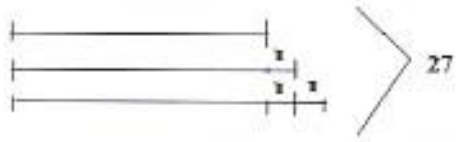
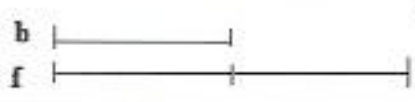
Subiectul I – 30 puncte

1	2	3	4	5	6
B	C	C	B	B	A

Subiectul al II-lea – 30 puncte

a)	78 – a = 69, **a = 9**; 42 + b = 69, **b = 27**	2 x 3p = 6p
b)	9 x 2 – 27 : 3 = **9**	3 x 2p = 6p
c)	104 : 2 – (27 + 9) = **16**	3 x 2p = 6p
d)	$\overline{\mathbf{ay}}$ = (91, 93, 95, 97)	4 x 1,5p = 6p
e)	9 + 72 + 17 = 98; predecesorul → **97**	3 x 2p = 6p

Subiectul al III-lea – 30 puncte

a)	 27	3 p
	1 parte = (27 - 3) : 3 = 8	3 p
	Caiet = 8 x 1 =8 lei	2 p
	Stilou = 8 x 1 + 1 =9 lei	2 p
	Carte = 8 x 1 + 2 = 10 lei	2 p
	Cumpărăturile = 2 x 10 + 2 x 9 + 4 x 8 = 20 + 18 + 32 = 70 lei	3 p
b)	 12	4 p
	3 p = 12, 1 p = 12 : 3, p= 4	3 p
	Fete = 4 x 2, Fete = 8	2 p
	Băieți = 4 x 1, Băieți = 4	2 p
	Valoarea unui pachet pentru fete = 2 x 8 +1 x 9 + 1 x 10 = 16 + 9 +10 =35 lei	1 p
	Valoarea totală a pachetelor fetelor = 35 x 8 = 280 lei	1 p
	Valoarea unui pachet pentru băieți = 8 + 9 + 2 x 10 = 37 lei	1 p
	Valoarea totală a pachetelor băieților = 37 x 4 = 148 lei	1 p

NOTĂ: Orice altă variantă corectă de rezolvare se punctează corespunzător.

Oficiu: 10 puncte

Concursul jude[illegible] „Caleidoscop matematic”

21.01.2017

Barem de corectare

Clasa a IV-a

Varianta 2

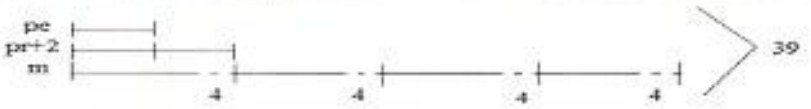
Subiectul I – 30 puncte

1	2	3	4	5	6
D	D	C	B	B	A

Subiectul al II-lea – 30 puncte

a)	60 + 40 + 50 = 150 (suma x 2)	3p
	150 : 2 = 75 (bile total)	3p
	75 – 40 = 35 (bile albe)	3p
	75 – 60 = 15 (bile verzi)	3p
	75 – 50 = 25 (bile roșii)	3p
b)	R + r = 25, R : 2 = r : 3 25 : (2 + 3) = 5 (R : 2 / r : 3)	5p
	5 x 2 = 10 (R)	5p
	5 x 3 = 15 (r)	5p

Subiectul al III-lea – 30 puncte

a)	37+2= 39 (fructe ar fi)	3p
		
	39 + 4 x 4= 55(suma părților)	3p
	55: (1 + 2 + 4 x 2)= 5 (pere)	3p
	5 x 2 – 2 = 8 (prune)	3p
	10 x 4 – 16 = 24 (mere)	3p
b)	p : k = 4 rest 2, p = 4k + 2 p – k = 32, p = k + 32	4p
	(32 – 2): 3 = 10 (kiwi)	4p
	10 x 4 + 2 = 42 (portocale) / 10 + 32 = 42	4p
	10 + 42 = 52 (portocale și kiwi)	3p

NOTĂ: Orice altă variantă corectă de rezolvare se punctează corespunzător.

Oficiu 10 puncte

Concursul județean „Caleidoscop matematic"
21.01.2017
Barem de corectare
Clasa a V-a
Varianta 2

Subiectul I – 30 puncte

1	2	3	4	5	6
D	C	A	A	B	D

Subiectul al II-lea – 30 puncte

1.

$3^{2018} - 3^{2016} = 3^{2016} \cdot (3^2 - 1) = 3^{2016} \cdot 8 =$ **5p**

$= (3^{672})^3 \cdot 2^3 =$ **5p**

$= (3^{672} \cdot 2)^3 =$ cub perfect **5p**

2.

$12 \cdot (a + b) = 35 + 2^c$ **3p**

$12 \cdot (a + b) \vdots 2$, pentru orice $a,b \in N \Rightarrow (35 + 2^c) \vdots 2$ **2p**

$2^c =$ nr. impar $\Rightarrow 2^c = 1 \Rightarrow c = 0$ **2p**

$12 \cdot (a + b) = 36$ **2p**

$a + b = 3$ **2p**

Cum $a, b \neq 0 \Rightarrow a = 1, b = 2, c = 0 \Rightarrow \overline{abc} = 120$ **2p**

$a = 2, b = 1, c = 0 \Rightarrow \overline{abc} = 210$ **2p**

Subiectul al III-lea – 30 puncte

a). Primul termen este format dintr-un factor, al doilea din 2 factori,…, ultimul termen este format din $66 - 55 = 11$ factori **5p**

Sunt 11 termeni **5p**

b). $1 = 1^2$

$4 \cdot 9 = 2^2 \cdot 3^2$

$16 \cdot 25 \cdot 36 = 4^2 \cdot 5^2 \cdot 6^2, \ldots$

$56^2 \cdot 57^2 \cdot \ldots \cdot 66^2,$

deci termenii sumei sunt formați din produs de pătrate perfecte consecutive. **3p**

Toți termenii sunt numere pare mai puțin primul termen **3p**

Suma S este număr impar. **4p**

c). Începând cu termenul al treilea, toți termenii au ultima cifră = 0 **3p**

Ultima cifră a lui S este $1 + 6 + 0 + 0 + \ldots + 0 = 7$ **3p**

Finalizare: S nu este pătrat perfect. **4p**

Oficiu 10 puncte

Concursul județean „Caleidoscop matematic”
21.01.2017
Barem de corectare
Clasa a VI-a
Varianta 2

Subiectul I – 30 puncte

1	2	3	4	5	6
D	C	A	D	A	B

Subiectul al II-lea – 30 puncte

1.

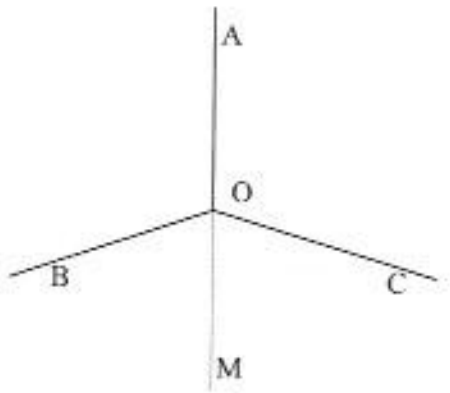
a).	$x = 2^7 \cdot 5^7$ x are $(7+1)\cdot(7+1) = 64$ divizori	3p 3p
b).	Cei 64 de divizori se pot grupa câte doi, astfel încât produsul divizorilor din fiecare grupa sa fie 10^7. Deoarece sunt 32 de grupe, produsul tuturor divizorilor este $(10^7)^{32} = 10^{224}$	3p 3p
c).	$y=7\cdot 10^{77}+2017=$ $7000\ldots000 + 2017 = 700\ldots002 + 2015 =$ $= 9n + 8$, deci restul este 8	2p 2p 2p

2.

a).	$UC(1^2+3^2+5^2+7^2+9^2) = UC(1+9+5+9+1) = 5$ $UC(11^2+13^2+15^2+17^2+19^2) = UC(1+9+5+9+1) = 5$ $UC(2011^2+2013^2+2015^2+2017^2+2019^2) = UC(1+9+5+9+1) = 5$ Deci UC(S) este 0 sau 5 $\Rightarrow S \vdots 5$	1p 1p 1p 3p
b).	S are 1010 termeni $S = S - 1010 + 1010$ $S - 1010 = 1^2+3^2+5^2+\ldots+2017^2+2019^2 - \underbrace{(1^2+1^2+\ldots+1^2)}_{\text{de 1010 ori}}$ $S - 1010 = (1^2-1^2)+(3^2-1^2)+(5^2-1^2)+\ldots+(2019^2-1^2)$ $S - 1010 = (1-1)\cdot(1+1)+(3-1)\cdot(3+1)+(5-1)\cdot(5+1)+\ldots+(2019-1)\cdot(2019+1)$ $S - 1010 = 0\cdot 2+2\cdot 4+4\cdot 6+\ldots+2018\cdot 2020$ $S - 1010 = 4\cdot(1\cdot 2+2\cdot 3+\ldots+1009\cdot 1010)$ $S - 1010 = 4\cdot[1\cdot(1+1)+2\cdot(2+1)+3\cdot(3+1)\ldots 1009\cdot(1009+1)]$ $S - 1010 = 4\cdot[(1^2+2^2+3^2+\ldots+1009^2)+(1+2+3+\ldots+1009)]$ $1+2+3+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ Deci $S - 1010 = 4\cdot\left(\frac{1009\cdot 1010\cdot 2019}{6}+\frac{1009\cdot 1010}{2}\right)$ $S - 1010 = 4\cdot(1009\cdot 505\cdot 673+1009\cdot 505)$ $S - 1010 = 4\cdot 505\cdot(1009\cdot 673+1009) = 101\cdot k$ $S = (S-1010)+1010 = 101\cdot k + 10\cdot 101$, deci $S \vdots 101$	1p 1p 1p 1p 1p

Subiectul al III-lea – 30 puncte

a).	Unghiurile sunt în jurul unui punct $\Rightarrow m(\angle AOB)+m(\angle BOC)+m(\angle COA)=360^0$ Cum unghiurile sunt congruente $\Rightarrow m(\angle AOB)=360^0:3=120^0$	**5p** **5p** **5p**
b).	Fie [OM semidreapta opusă [OA $\Rightarrow m(\angle AOM)=180^0$ Cum $m(\angle AOB)=120^0$ $\Rightarrow m(\angle BOM)=60^0$. Dar $m(\angle BOC)=120^0$ $\Rightarrow$ [OM = bisectoarea $\angle BOC$	**5p** **5p** **5p**



Oficiu 10 puncte

Concursul județean „Caleidoscop matematic"
21.01.2017
Barem de corectare
Clasa a VII-a
Varianta 2

Subiectul I – 30 puncte

1	2	3	4	5	6
B	B	A	A	C	A

Subiectul al II-lea – 30 puncte

1.

$x^2(y+1) = 180$ 3p

$x^2 \mid 180$ 2p

$x^2 \in \{1, 4, 9, 36\}$ 2p

$(x,y) \in \{(1,179), (2,44), (3,19), (6,4)$ 3p

2.

$\frac{9a+b}{90} = \frac{a}{b}$ 2p

$90a - 9ab = b^2$ 1p

$a = \frac{b^2}{9(10-b)}$ 1p

$3 \mid b$ si $b \neq 0 \Rightarrow b \in \{3,6,9\}$ 1p

$b = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{7} \notin N$ 1p

$b = 6 \Rightarrow a = 1$ 1p

$b = 9 \Rightarrow a = 9$, dar $a \neq b$ 1p

Finalizare $(a,b) \in \{(1,6)\}$ 2p

3.

Folosim inegalitatea $2n < 2\sqrt{n(n+1)} < 2n+1$ 3p

Adunând $2n+1$, obținem $4n+1 < 2n+1+2\sqrt{n(n+1)} < 4n+2$ .. 2p

$4n+1 < a < 4n+2$ 2p

Finalizare $[a] = 4n+1$ 3p

Subiectul al III-lea – 30 puncte

Avem $DC = DE + EC$ și cum $DA + DC = 2 \cdot DE \Rightarrow DA + EC = DE$..... **3p**

Considerăm punctul $F \in (DC$ astfel încât $C \in (DF)$ și $[DA] \equiv [CF]$..... **5p**

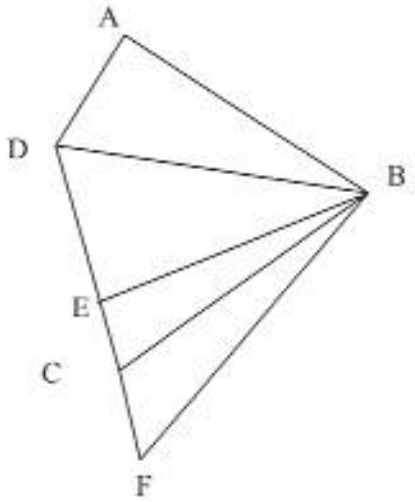
Atunci obținem $CF + EC = DE \Rightarrow DE = EF$..... **5p**

Cum $m(\angle DCB) + m(\angle DAB) = 180^0 \Rightarrow m(\angle DAB) = m(\angle BCF)$ **5p**

Comparăm ΔDAB cu $\Delta BCF \Rightarrow \begin{cases} [DA] = [CF] \\ \angle DAB \equiv \angle BCF \\ [AB] = [BC] \end{cases}$ **10p**

$\overset{L.U.L}{\Rightarrow} \Delta DAB = \Delta BCF \Rightarrow [DB] = [BF]$

Deci ΔBDF este isoscel cu baza [DF] și cum $[BE]$ mediană , obținem că $[BE]$ este înălțime , adică $BE \perp DC$. **2p**



Oficiu 10 puncte

Concursul județean „Caleidoscop matematic"
21.01.2017
Barem de corectare
Clasa a VIII-a
Varianta 2

Subiectul I – 30 puncte

1	2	3	4	5	6
B	C	A	A	B	A

Subiectul al II-lea – 30 puncte

1.

Ridicând la pătrat relația dată $\Rightarrow 4a+20\sqrt{ab}+25b=3c^2 \Rightarrow \sqrt{ab}=\dfrac{3c^2-4a-25b}{20}$ **3p**

$a,b,c\in N \Rightarrow \sqrt{ab}=\dfrac{3c^2-4a-25b}{20}\in Q$ **2p**

Din a,b numere prime și $\sqrt{ab}\in Q \Rightarrow a=b$. **2p**

$2\sqrt{a}+5\sqrt{a}=c\sqrt{3} \Rightarrow 7\sqrt{a}=c\sqrt{3} \Rightarrow a=b=3$ și $c=7$ **2p**

$(a+b-c)^{2017}=(3+3-7)^{2017}=-1$ **1p**

2.

a). $A\cdot B=1 \Rightarrow$ **3p**

$B=\dfrac{1}{A}$ **2p**

b). $A=[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2})]\cdot[(\sqrt{4}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{4})]\cdot\ldots\cdot[(\sqrt{2016}-\sqrt{2015})(\sqrt{2017}+\sqrt{2016})]=$ **1p**

$=x_1\cdot x_2\cdot\ldots\cdot x_{1008}$, unde $x_1=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2})$,

$x_2=(\sqrt{4}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{4})$, **1p**

.....

$x_{1008}=(\sqrt{2016}-\sqrt{2015})(\sqrt{2017}+\sqrt{2016})$

$B=[(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})]\cdot[(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{4})]\cdot\ldots\cdot[(\sqrt{2016}+\sqrt{2015})(\sqrt{2017}-\sqrt{2016})]$

$=y_1\cdot y_2\cdot\ldots\cdot y_{1008}$, unde $y_1=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$,

$y_2=(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{4})$ **2p**

.....

$y_{1008}=(\sqrt{2016}+\sqrt{2015})(\sqrt{2017}-\sqrt{2016})$

$x_1-y_1=\sqrt{6}+2-\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6}+2-\sqrt{3}+\sqrt{2}=4-2\sqrt{3}>0 \quad \Rightarrow x_1>y_1$. **1p**

Analog $x_2>y_2,\ldots,x_{1008}>y_{1008} \Rightarrow A>B$.

c). $A\neq B \Rightarrow M_a>M_g \Rightarrow \dfrac{A+B}{2}>\sqrt{A\cdot B}=1$ **3p**

$\Rightarrow A+B>2$ **2p**

d). $A=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{4}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{4})\cdot\ldots\cdot(\sqrt{2016}-\sqrt{2015})(\sqrt{2017}+\sqrt{2016})=$ **1p**

$=\frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})\cdot\frac{(\sqrt{4}-\sqrt{3})(\sqrt{4}+\sqrt{3})}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{4})\cdot\ldots$

$\cdot\frac{(\sqrt{2016}-\sqrt{2015})(\sqrt{2016}+\sqrt{2015})}{\sqrt{2016}+\sqrt{2015}}\cdot$

$(\sqrt{2017}+\sqrt{2016})=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{4}}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}\cdot\ldots\cdot\frac{\sqrt{2017}+\sqrt{2016}}{\sqrt{2016}+\sqrt{2015}}$ **1p**

$\frac{A}{B}=\frac{A^2}{A\cdot B}=A^2=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\right)^2\cdot\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{4}}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}\right)^2\cdot\ldots\cdot\left(\frac{\sqrt{2017}+\sqrt{2016}}{\sqrt{2016}+\sqrt{2015}}\right)^2<\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{1009}{1008}\Rightarrow$ **3p**

$\frac{A}{B}<1009$

Subiectul al III-lea – 30 puncte

a). $BC\perp AD, BC\perp OD\Rightarrow BC\perp(AOD)$

$QH\subset(AOD)\Rightarrow BC\perp QH$ **3p**

$BF\perp OC, BF\perp OA\Rightarrow BF\perp(AOC)$

$AC\subset(AOC)\Rightarrow BF\perp AC$ **2p**

$AC\perp BE, AC\perp BF\Rightarrow AC\perp(BEF)$

$QH\subset(BEF)\Rightarrow AC\perp QH$ **3p**

$QH\perp BC, QH\perp AC\Rightarrow QH\perp(ABC)$ **2p**

b). $\Delta DHQ\sim\Delta DOA\Rightarrow\frac{DH}{DO}=\frac{QH}{OA}=\frac{DQ}{DA}\Rightarrow\frac{OA}{DA}=\frac{QH}{QD}$ **3p**

$\Delta BHQ\sim\Delta BFE\Rightarrow\frac{BH}{BF}=\frac{QH}{EF}=\frac{BQ}{BE}\Rightarrow\frac{BE}{EF}=\frac{BQ}{QH}$ **3p**

$\frac{OA}{AD}\cdot\frac{DQ}{QB}\cdot\frac{BE}{EF}=\frac{QH}{QD}\cdot\frac{DQ}{QB}\cdot\frac{BQ}{QH}=1$ **4p**

c). ΔBOC dreptunghic $\Rightarrow OD=\frac{OB\cdot OC}{\sqrt{OB^2+OC^2}}$ **2p**

ΔAOD dreptunghic $\Rightarrow AD^2=OA^2+\frac{OB^2\cdot OC^2}{OB^2+OC^2}=\frac{OA^2\cdot OB^2+OA^2\cdot OC^2+OB^2\cdot OC^2}{BC^2}\Rightarrow$ **2p**

$AD^2\cdot BC^2=OA^2\cdot OB^2+OA^2\cdot OC^2+OB^2\cdot OC^2\Rightarrow$ **2p**

$\left(\frac{AD\cdot BC}{2}\right)^2=\left(\frac{OA\cdot OB}{2}\right)^2+\left(\frac{OA\cdot OC}{2}\right)^2+\left(\frac{OB\cdot OC}{2}\right)^2$ **2p**

$\Rightarrow(A_{\Delta ABC})^2=(A_{\Delta OAB})^2+(A_{\Delta OAC})^2+(A_{\Delta OBC})^2$ **2p**

Oficiu 10 puncte