Caleidoscop matematic

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGEȘ

Nume ____________________
Prenume ____________________
Școala ____________________
Profesor ____________________

Concursul județean CALEIDOSCOP MATEMATIC
14. 12. 2024
Clasa a VIII – a
Varianta 1

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 120 minute.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Citește cu atenție enunțurile, apoi bifează în grilă răspunsul corect, conform modelului dat:

1. Notăm S = $\left[\frac{1}{\sqrt{2025}}\right]+\left[\frac{2}{\sqrt{2025}}\right]+\left[\frac{3}{\sqrt{2025}}\right]+\ldots\ldots+\left[\frac{225}{\sqrt{2025}}\right]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x.
Numărul S este egal cu: **5p**
a. 455 **b.** 450 **c.** 452 **d.** 449

2. Fie $x=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots..+n}$, $n\in$ N, $n\geq 2$. Dacă $\frac{1}{x}=1\frac{1}{1013}$ atunci n este egal cu: **5p**
a. 2025 **b.** 2027 **c.** 1013 **d.** 1012

3. Se consideră sistemul: $\begin{cases} x\sqrt{3+2\sqrt{2}}+y\sqrt{3-2\sqrt{2}}=2 \\ \frac{x}{1+\sqrt{2}}-\frac{y}{1-\sqrt{2}}=-2 \end{cases}$. Produsul soluțiilor este egal cu: **5p**
a. – 1 **b.** 0 **c.** 1 **d.** $\sqrt{2}$

4. Fie A = $(10+1)\cdot(10^2+1)\cdot(10^4+1)\cdot\ldots\cdot(10^{2^n}+1)$, unde n ∈N. Suma cifrelor numărului A este 2^{100} dacă n este egal cu: **5p**
a. 99 **b.** 100 **c.** 101 **d.** 102

5. Dacă x,y,z ∈ (0, ∞) cu $a^3x\cdot y\cdot z=1$, valoarea lui $A=\frac{1}{1+a\cdot x+a^2\cdot x\cdot y}+\frac{1}{1+a\cdot y+a^2\cdot y\cdot z}+\frac{1}{1+a\cdot z+a^2\cdot z\cdot x}$ este: **5p**
a. x·y·z **b.** a **c.** a^3 **d.** 1

Pentru problemele 6, 7 și 8 folosiți enunțul de mai jos:
Fie ABCD un dreptunghi cu AB = 8 cm, perimetrul egal cu 28 cm, punctul M nu aparține (ABC), G_1 și G_2 centrele de greutate ale ΔABC și ΔBCD. Se notează d= (MAD) ∩ (MG_1G_2).

6. Distanța dintre punctele G_1 și G_2 este egală cu: **5p**
a. 6 cm **b.** 4 cm **c.** 2 cm **d.** 1 cm

7. Aria lui AG_1G_2D este egală cu: **5p**
a. $\frac{64}{3}$ cm^2 **b.** $\frac{62}{3}$ cm^2 **c.** $\frac{61}{3}$ cm^2 **d.** $\frac{60}{3}$ cm^2

8. Sinusul unghiului dintre dreapta d și dreapta BD este egal cu: **5p**
a. 0,2 **b.** 0,5 **c.** 0,6 **d.** 0,8

9. Dacă x∈ $[-1;2]$ și x-3y+1=0 , atunci y aparține intervalului: **5p**
a. [0; 1] **b.** (1;3) **c.** (2;3) **d.** $[-2;-1]$

10. Fie numărul a = $\sqrt{8-2\sqrt{15}}-\sqrt{8+2\sqrt{15}}$. Atunci valoarea lui $(a+2\sqrt{3})^3$ este egală cu: **5p**
a. $193\sqrt{3}$ **b.** 1 **c.** 0 **d.** $16\sqrt{3}$

11. Dacă a și b sunt nr. reale nenule pentru care $a^2 + b^2 - 6 \cdot a + 4 \cdot b = -13$, atunci $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-2}$ este: **5p**

a. $-\frac{1}{6}$ **b.** 36 **c.** – 6 **d.** $\frac{1}{6}$

Pentru problemele 12 și 13 folosiți enunțul de mai jos:
Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată în care ΔVAC este echilateral cu latura de 8 cm.
Punctul M aparține segmentului (VC) astfel încât aria ΔBMD este minimă.

12. cos ∢ (VA , BC) este egal cu: **5p**

a. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **b.** $\frac{\sqrt{2}}{8}$ **c.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **d.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$

13. Lungimea segmentului (MC) este egală cu: **5p**

a. 6 cm **b.** 4 cm **c.** 2 cm **d.** $2\sqrt{3}$ cm

14. Fie a și b două numere reale. Cea mai mică valoare a expresiei $(3 + a^2 + a \cdot b + b^2)$ este: **5p**

a. 2 **b.** 3 **c.** – 1 **d.** 10

15. Fie ΔABC isoscel cu baza (BC), în care mediana BM este congruentă cu înălțimea CN.
Măsura ∢ABM este egală cu: **5p**

a. 15^0 **b.** 30^0 **c.** 45^0 **d.** 60^0

16. Numărul de diagonale ale unei prisme care are baza un poligon cu 10 laturi este egal cu: **5p**

a. 70 **b.** 80 **c.** 30 **d.** 100

17. Aria unui trapez ABCD cu AB || CD, cu AB = 14 cm, BC = 6 cm, CD = 7 cm și AD = 5 cm
este egală cu: **5p**

a. $18\sqrt{6}$ **b.** $9\sqrt{6}$ **c.** $20\sqrt{6}$ **d.** $14\sqrt{6}$

18. Vârsta lui Andrei este egală cu jumătate din vârsta lui Mihai. Peste 6 ani vârsta lui Andrei va fi egală cu vârsta pe care o are Mihai în prezent. Ce vârstă are Mihai? **5p**

a. 36 ani **b.** 30 ani **c.** 6 ani **d.** 12 ani